

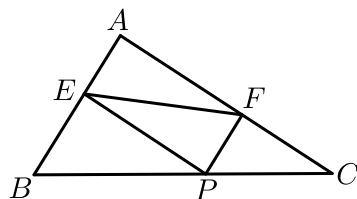
第2讲最值问题

一、最值问题

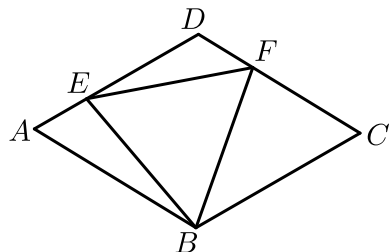
1. 垂线段最短

典题精练

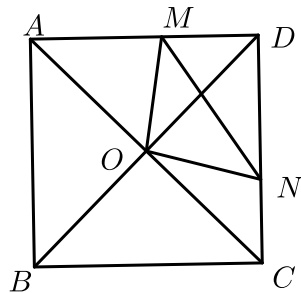
1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 3$ ， $AC = 4$ ， $BC = 5$ ， P 为边 BC 上一动点， $PE \perp AB$ 于 E ， $PF \perp AC$ 于 F ，则 EF 的最小值为 _____ .



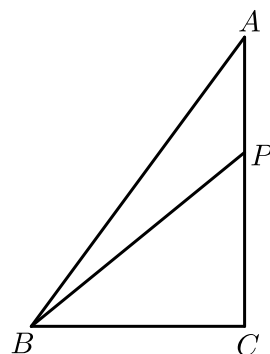
2. 如图，边长为 a 的菱形 $ABCD$ 中， $\angle DAB = 60^\circ$ ， E 是 AD 上异于 A 、 D 两点的一个动点， F 是 CD 上的动点，且满足 $AE + CF = a$ ，则 EF 的最小值为 _____ .



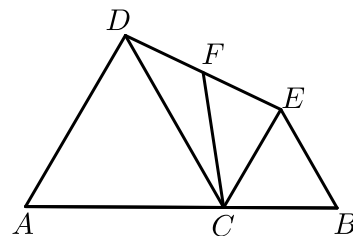
3. 如图，以边长为2的正方形 $ABCD$ 的中心 O 为端点，引两条互相垂直的射线，分别与正方形的边交于 M 、 N 两点，则线段 MN 的最小值是 _____ .



4. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 8$ ， $BC = 6$ ， P 为 AC 边上的一动点，以 PB ， PA 为边构造平行四边形 $APBQ$ ，则对角线 PQ 的最小值为（ ）。



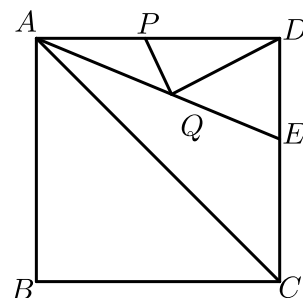
- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10
5. 如图，已知 $AB = 6$ ， C 是线段 AB 上一动点，分别以 AC 、 CB 为边作等边三角形 ACD 和 BCE ，连接 DE ， F 为 DE 中点，则 CF 的最小值是 _____。



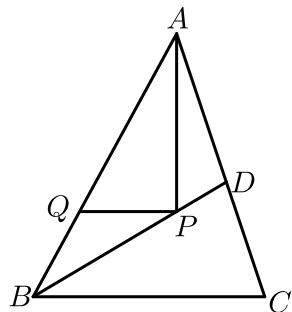
2. 线段和差问题

典题精练1

6. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长是4， $\angle DAC$ 的平分线交 DC 于点 E ，若点 P 、 Q 分别是 AD 和 AE 上的动点，则 $DQ + PQ$ 的最小值是 _____。

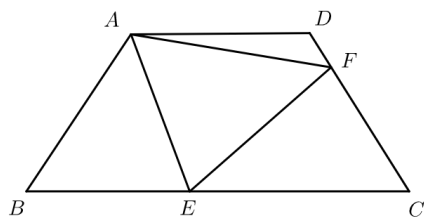


7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $AB = 15$ ， $BC = 14$ ， $AC = 13$ ， BD 平分 $\angle ABC$ ．若 P ， Q 分别是 BD 和 AB 上的动点，则 $PA + PQ$ 的最小值是 _____ ．

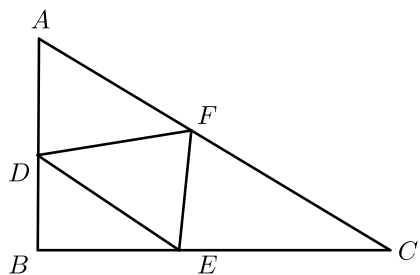


典题精练2

8. 在四边形 $ABCD$ 中，已知 $AB = AD = CD = 4$ ， $AD \parallel BC$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，点 E 、 F 分别为边 BC 、 CD 上的两动点，且 $\angle EAF = 60^\circ$ ， $\triangle AEF$ 周长的最小值为 _____ ．

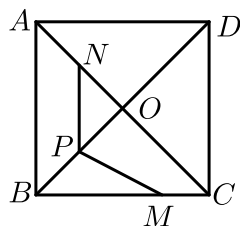


9. 如图所示，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 6$ ， $BC = 8$ ， D ， E ， F 分别是三边 AB ， BC ， CA 上的点，则 $DE + EF + FD$ 的最小值为 _____ ．

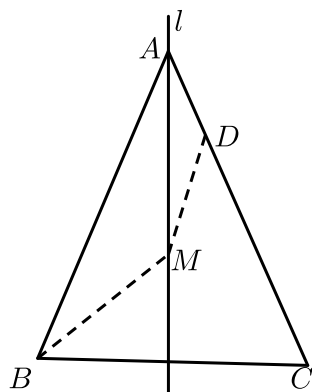


典题精练3

10. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， $AB = 8$ ， AC 与 BD 交于点 O ， N 是 AO 的中点，点 M 在 BC 边上，且 $BM = 6$ ， P 为对角线 BD 上一点，则 $PM - PN$ 的最大值为 _____ ．

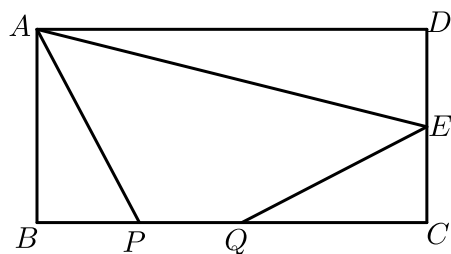


11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 4$ ，直线 l 为 $\triangle ABC$ 的对称轴，点 D 在 AC 边上，且 $AD = 1$ ，点 M 为直线 l 上一个动点，连接 BM ， DM ，则 $|BM - DM|$ 的最大值为 _____ .

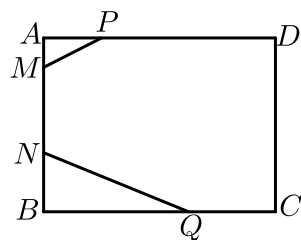


典题精练4

12. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $BC = 7$ ， E 为 CD 的中点，若 P 、 Q 为 BC 边上的两个动点，且 $PQ = 2$ ，若想使得四边形 $APQE$ 的周长最小，则 BP 的长度应为 _____ .

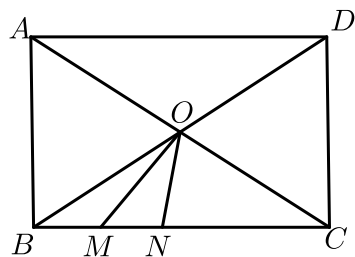


13. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB = 6$ ， MN 在边 AB 上运动， $MN = 3$ ， $AP = 2$ ， $BQ = 5$ ， $PM + MN + NQ$ 最小值是 _____ .

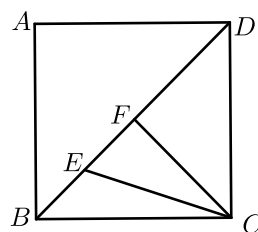


典题精练5

14. 如图， O 为矩形 $ABCD$ 对角线 AC ， BD 的交点， $AB = 6$ ， M ， N 是直线 BC 上的动点，且 $MN = 2$ ，则 $OM + ON$ 的最小值是 _____ .

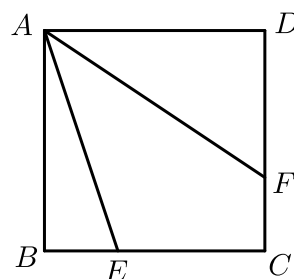


15. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为6， E, F 是对角线 BD 上的两个动点，且 $EF = 2\sqrt{2}$ ，连接 CE, CF ，则 $\triangle CEF$ 周长的最小值为 _____ 。

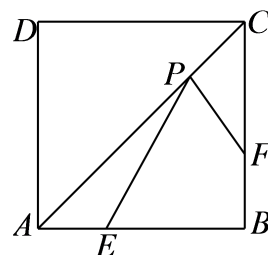


 典题精练6

16. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为2， E, F 分别是边 BC, CD 上的两个动点，且满足 $BE = CF$ ，连接 AE, AF ，则 $AE + AF$ 的最小值为 _____ 。



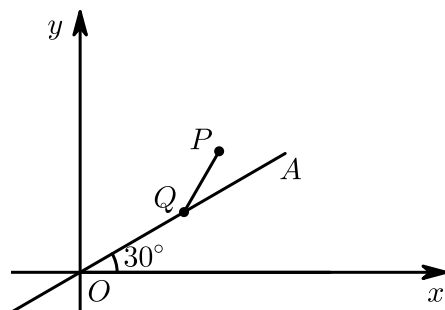
17. 如图，正方形 $ABCD$ 的面积为2，点 E, F 分别在边 AB, BC 上，且 $AE = BF$ ， P 是 AC 上的动点， $PE + PF$ 的最小值为 _____ 。



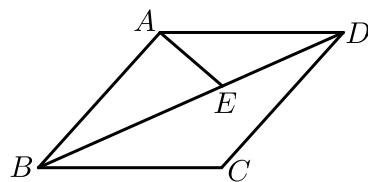
3. 胡不归问题

典题精练

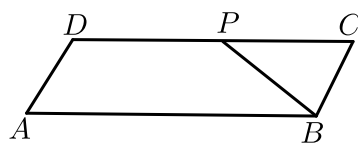
18. 如图，直线 OA 与 x 轴的夹角为 30° ，点 P 的坐标为 $(3, 3)$ ，若 Q 为直线 OA 上一点，则 $PQ + \frac{1}{2}OQ$ 的最小值为 _____ .



19. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AD = 4$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，点 E 为对角线 BD 上任意一点（不含点 B ），连接 AE ，则 $AE + \frac{1}{2}BE$ 的最小值为 _____ .



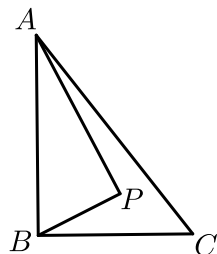
20. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle DAB = 60^\circ$ ， $AB = 6$ ， $BC = 2$ ， P 为边 CD 上的一动点，则 $PB + \frac{\sqrt{3}}{2}PD$ 的最小值等于 _____ .



4. 找隐圆

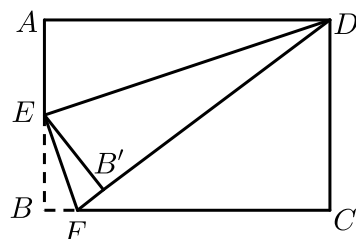
典题精练

21. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB \perp BC$, $AB = 6$, $BC = 4$, P 是 $\triangle ABC$ 内部的一个动点, 且满足 $\angle PAB = \angle PBC$, 则线段 CP 长的最小值为().



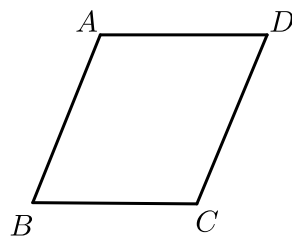
- A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. $\frac{8\sqrt{13}}{13}$ D. $\frac{12\sqrt{13}}{13}$

22. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $AD = 6$, E 是 AB 边的中点, F 是线段 BC 上的动点, 将 $\triangle EBF$ 沿 EF 所在直线折叠得到 $\triangle EB'F$, 连接 $B'D$, 则 $B'D$ 的最小值是().



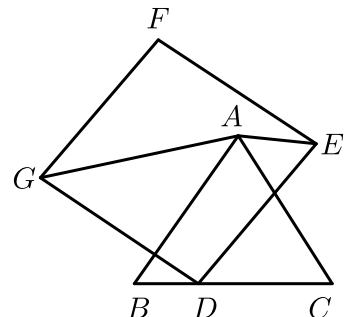
- A. $2\sqrt{10} - 2$ B. 6 C. $2\sqrt{13} - 2$ D. 4

23. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, $AB = 1$, 点 P 是这个菱形内部或边上的一点, 若以点 P , B , C 为顶点的三角形是等腰三角形, 则 P , D (P , D 两点不重合)两点间的最短距离为().

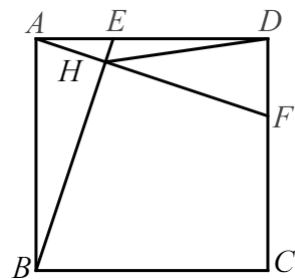


- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3} - 1$

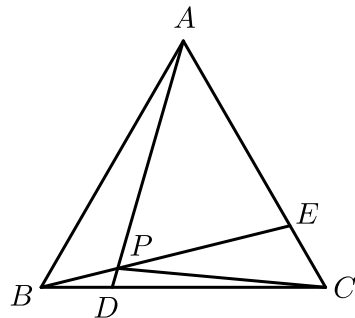
24. 如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形，点 D 为 BC 边上一点， $BD = \frac{1}{2}DC = 2$ ，以点 D 为顶点作正方形 $DEFG$ ，且 $DE = BC$ ，连接 AE ， AG ．若将正方形 $DEFG$ 绕点 D 旋转一周，当 AE 取最小值时， AG 的长为 _____ ．



25. 如图，正方形 $ABCD$ 的边 AD 、 CD 上两个动点 E ， F ，且满足 $AF = BE$ ， BE 交 AF 于点 H ．若正方形的边长为4，线段 DH 最小值是 _____ ．



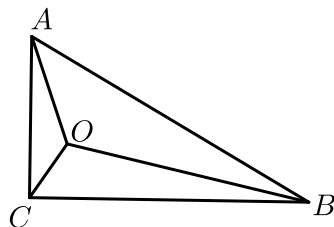
26. 如图，边长为3的等边 $\triangle ABC$ ， D 、 E 分别为边 BC 、 AC 上的点，且 $BD = CE$ ， AD 、 BE 交于 P 点，则 CP 的最小值为 _____ ．



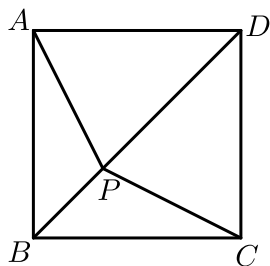
5. 费马点

典题精练

27. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 1$, $BC = \sqrt{3}$, 点 O 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 内一点, 连接 AO 、 BO 、 CO , 且 $\angle AOC = \angle COB = \angle BOA = 120^\circ$, 则 $OA + OB + OC =$ _____ .



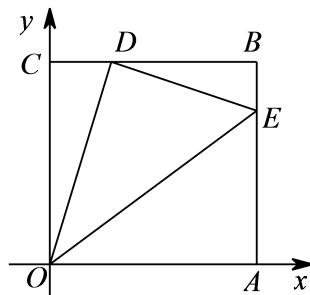
28. 如图, P 为正方形 $ABCD$ 对角线 BD 上一动点, 若 $AB = 2$, 则 $AP + BP + CP$ 的最小值为 _____ .



6. 代数思想

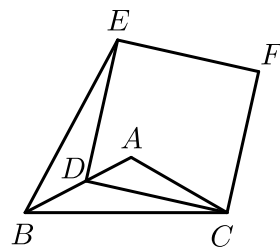
典题精练

29. 如图, 边长为1的正方形 $OABC$ 的顶点 O 为坐标原点, 点 A 在 x 轴的正半轴上, 点 C 在 y 轴的正半轴上, 动点 D 在边 BC 上移动 (不与点 B , C 重合), 连接 OD , 过点 D 作 $DE \perp OD$, 交边 AB 于点 E , 连接 OE , 当线段 OE 的长度取得最小值时, 点 E 的纵坐标为 () .



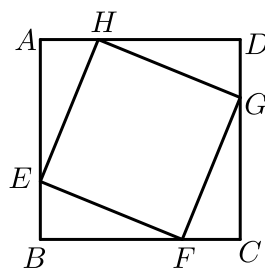
- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1

30. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ， $BC = 4\sqrt{5}$ ， D 为边 AB 上一动点（不与点 B 重合），以 CD 为一边作正方形 $CDEF$ ，连接 BE ，则 $\triangle BDE$ 的面积的最大值为 _____ 。

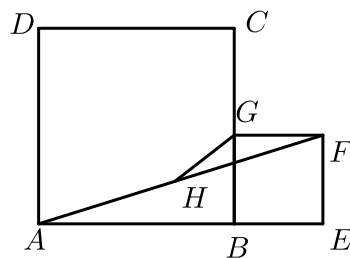


 过关斩将

31. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 8cm ， E, F, G, H 分别是 AB, BC, CD, DA 上的动点，且 $AE = BF = CG = DH$ ，则四边形 $EFGH$ 面积的最小值是 _____ cm^2 。



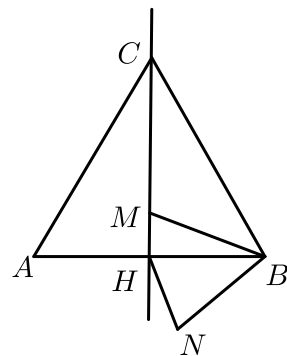
32. 如图，正方形 $ABCD$ 边长为 2 ， BC 边上有一动点 G ，以 BG 为边向外作正方形 $BEFG$ ，连接 AF ， H 为 AF 的中点，连接 GH ，则 GH 的最小值为 _____ 。



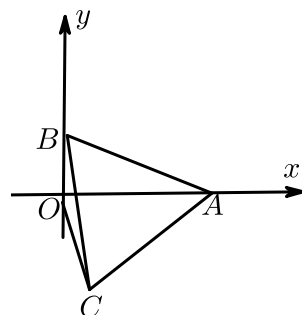
7. 瓜豆原理

典题精练

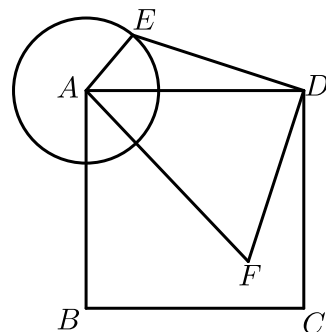
33. 如图，在边长为 $2a$ 的等边 $\triangle ABC$ 中， M 是高 CH 所在直线上的一个动点，连接 BM ，将线段 BM 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到 BN ，连接 HN ，则在点 M 运动的过程中，线段 HN 长度的最小值为 _____ .



34. 如图，在平面直角坐标系中，已知点 $A(4, 0)$ ， B 为 y 轴正半轴一动点，连接 AB ，以 AB 为一边向下作等边 $\triangle ABC$ ，连接 OC ，则 OC 的最小值为 _____ .

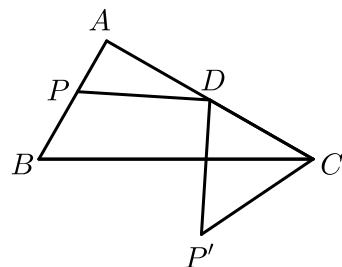


35. 如图，已知正方形 $ABCD$ 的边长为3，以点 A 为圆心，1为半径作圆， E 是 $\odot A$ 上的任意一点，将 DE 绕点 D 按逆时针旋转 90° ，得到 DF ，连接 AF ，则 AF 的最小值是 _____ .



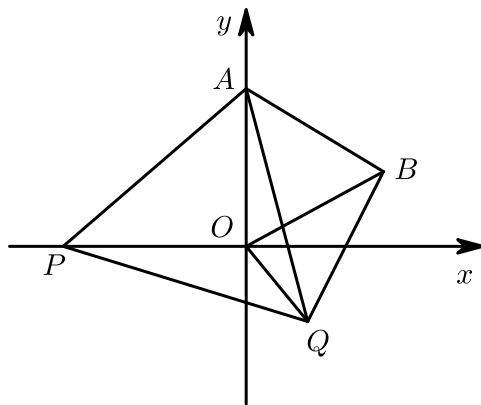
 过关斩将

36. 如图所示，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 4$ ， D 为 AC 中点， P 为 AB 上的动点，将 P 绕点 D 逆时针旋转 90° 得到 P' ，连接 CP' ，则线段 CP' 的最小值为（ ）。

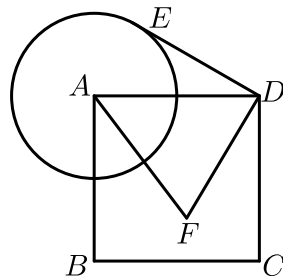


- A. 1.6 B. 2.4 C. 2 D. $2\sqrt{2}$

37. 如图，在平面直角坐标系中，已知点 $A(0, 2)$ ， $\triangle AOB$ 是等边三角形．点 P 是 x 轴上一动点，以线段 AP 为一边，在其右侧作等边 $\triangle APQ$ ．在点 P 的运动过程中， OQ 的最小值为 _____ ．

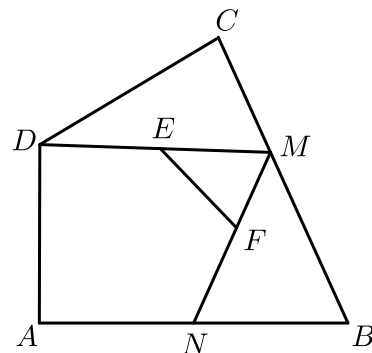


38. 如图，已知正方形 $ABCD$ 的边长为2，以点 A 为圆心，1为半径作圆， E 是 $\odot A$ 上的任意一点，将点 E 绕点 D 按逆时针方向旋转 90° 得到点 F ，则线段 AF 的长的最小值 _____ ．

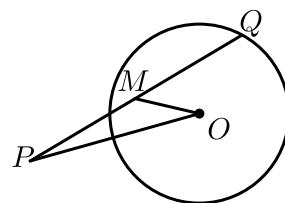


8. 构造中位线

39. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = 4$ ， $AD = 3$ ，点 M 、 N 分别线段 BC 、 AB 上的动点，（含端点，但点 M 不与点 B 重合），点 E 、 F 分别为 DM 、 MN 的中点，则 EF 长度的最大值为 _____ 。



40. 如图，已知 P 是 $\odot O$ 外一点， Q 是 $\odot O$ 上的动点，线段 PQ 的中点为 M ，连接 OP ， OM 。若 $\odot O$ 的半径为1， $OP = 2$ ，则线段 OM 的最小值是 _____ 。



41. 如图，边长为4的正方形 $ABCD$ 外有一点 E ， $\angle AEB = 90^\circ$ ， F 为 DE 的中点；连接 CF ，求 CF 的最大值。

